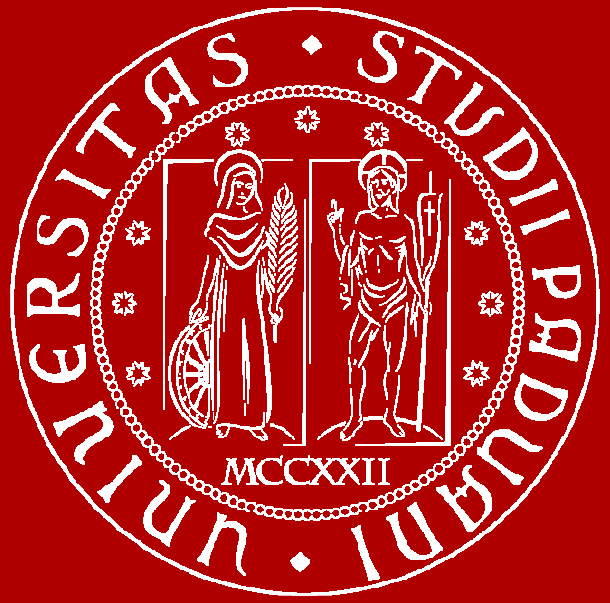


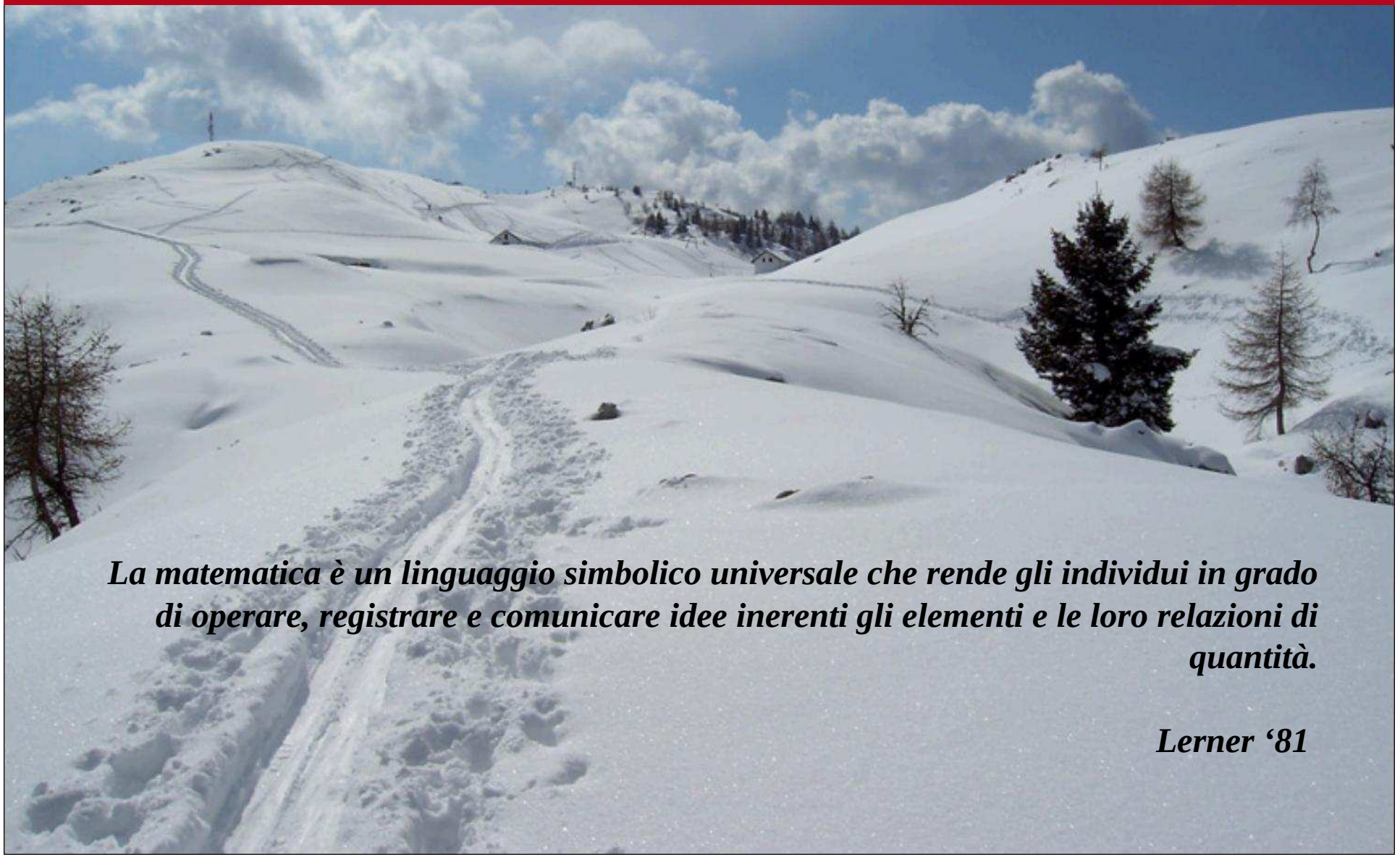
UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI PADOVA

Mario Perona

LE DIFFICOLTA' IN MATEMATICA

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA

Le difficoltà in matematica



La matematica è un linguaggio simbolico universale che rende gli individui in grado di operare, registrare e comunicare idee inerenti gli elementi e le loro relazioni di quantità.

Lerner '81

PUNTI FOCALI

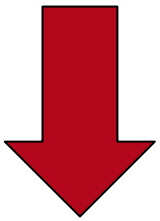
- **INTELLIGENZA NUMERICA**
- **DIFFICOLTA' IN MATEMATICA**
- **DSA: DISCALCULIA**
- **POTENZIAMENTO**
- **MOTIVAZIONE ed IMPOTENZA APPRESA**
- **PRASSI DIDATTICHE**

Metanalisi della letteratura

Segnalazione di:

- **5 soggetti per classe con difficoltà di apprendimento non risolte con didattiche di aiuto**

(ogni classe 25 alunni circa)



+ 20% della popolazione scolastica

JARLD

(International Academy for Research in Learning Disabilities)

- **5 -7 % circa della popolazione scolastica può presentare disturbi specifici di apprendimento**

15% della popolazione scolastica = falsi positivi

UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA

Potenziamento cognitivo

POTENZIAMENTO SVILUPPO PROSSIMALE (Vygotsky)

NEUROSCIENZE

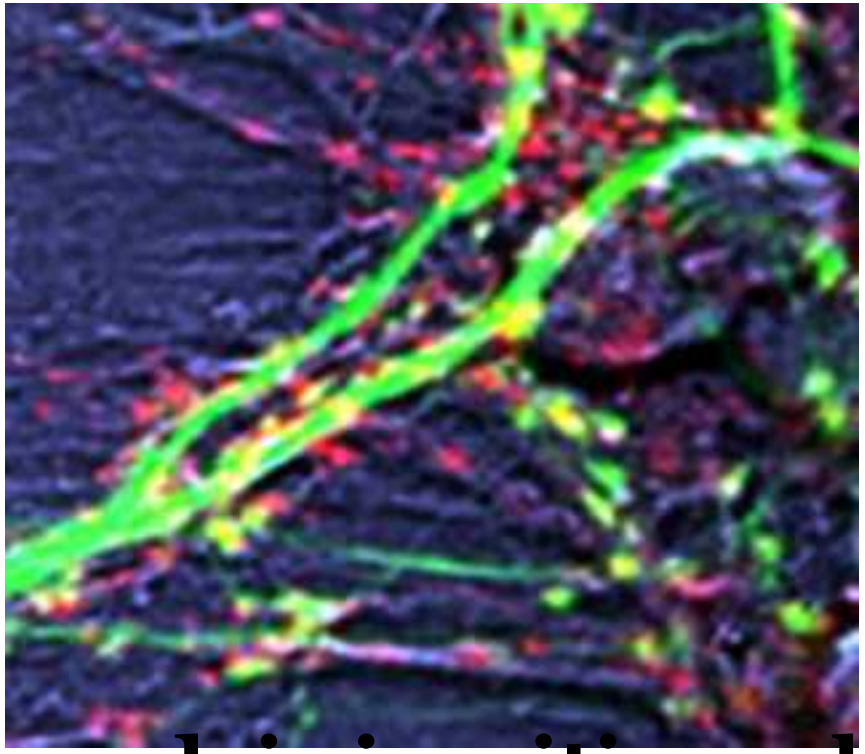
PLASTICITÀ CEREBRALE

Zona di sviluppo prossimale

- La differenza tra ciò che il soggetto. sa fare da solo e ciò che è in grado di fare con l'aiuto ed il supporto di una persona più competente

Zona di Sviluppo Prossimale

Il neurone plastico



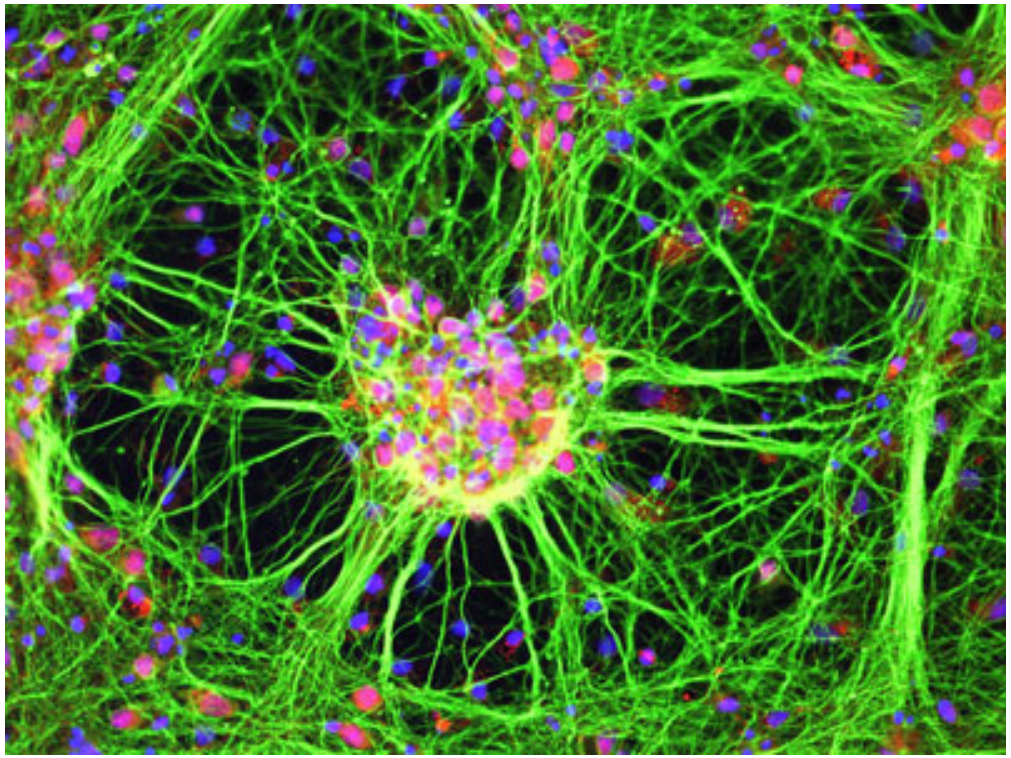
Lo sviluppo dei circuiti cerebrali è legato

. alla programmazione genetica

. alle esperienze postnatali

UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI PADOVA

Plasticità neurale



Plasticity is a remarkable feature of the brain, allowing it adapt to its environment. Diseases that disrupt neural plasticity can lead to mental retardation. Using cultured neurons, Anne West and colleagues in the Greenberg laboratory are working to characterize the molecules that allow neurons to adapt to environmental stimuli, and to understand how alterations of these molecular machines may lead to learning disorders.

Plasticità neurale

Experience-dependent plasticity

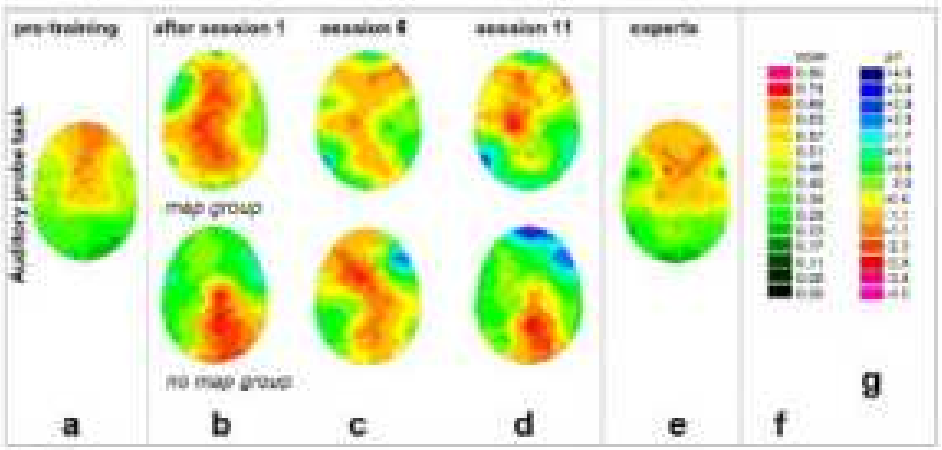


Figure 2
Changes of cortical DC-potentials induced by training. Auditory probe task. The displayed activation patterns are 'electrical top-views' onto the unfolded cortex of the head. Electrode positions are indicated by white dots, the color values result from interpolation including the four nearest electrodes for each pixel. (a) Initial DC-EEG in the 17 non-participant subjects prior to first practice. Normalized data. (b) Activation changes (additional negative potential) compared to the baseline (a) after the first 20 minutes practice. (c) Activation changes after 28.5 ± 7.9 days of practice (5 sessions). (d) Activation changes after 38.7 ± 11.4 days of practice (10 sessions). (e) group of 9 professional pianists (accumulated practice time = 19.4 ± 5.7 years) while performing the identical experimental paradigm. Normalized data in (b), (c), and (d). Upper panel: Beginner group 1 ('map' group, n = 9), lower panel Beginner group 2 ('no-map' group, n = 8). Subtractive data based on individual potential differences. (f) Color scale for normalized panels (a) and (e). (g) Color scale for subtractive panels (b) through (d).

Musical learning induces cortical plasticity in R frontal hemisphere

•Bangert, M.& Altenmüller,E. (2003), Mapping perception to action in piano practice: a longitudinal DC-EEG study, *BMC Neuroscience*, 4:26, 1-14

Zona di sviluppo prossimale

MATURAZIONE COGNITIVA

- Compiti che si situano al di sotto della zona di sviluppo prossimale non determinano alcun apprendimento dal momento che il soggetto è già capace di eseguire questi compiti
- Compiti al di sopra della zona di sviluppo prossimale non determinano alcun apprendimento perché non possono essere risolti neanche con l'aiuto di un adulto. Causano frustrazione e fallimento

Cause dell'insuccesso in matematica

- **neuropsicologiche**
- **cognitive**
- **psicopedagogiche**
- **multidimensionali**

Ricerca psicologica

Processi cognitivi dominio specifici

Processi motivazionali (Bandura, 1990; Schoenfeld, 2003)

intelligenza numerica (Butterworth, 2003)

componenti cognitive di soluzione dei problemi matematici (Montaguè, 2004)

modelli cognitivi e neuropsicologici del calcolo (McCloskey, 1985; Dehaene, 1992; Campbel & Clark, 1986; Cippollotti e Butterworth, 1995; Noel & Seron, 1993)

Intelligenza numerica

La capacità di manipolazione di quantità ci accompagna fin dalla nascita.
Questa capacità si chiama Intelligenza Numerica -"intelligere" le quantità- ovvero cognizionare, capire, ragionare, attraverso il complesso sistema cognitivo dei numeri e delle quantità.

Come afferma Butterworth (1999):
«la natura fornisce un nucleo di capacità per classificare piccoli insiemi di oggetti nei termini delle loro numerosità [...] per capacità più avanzate abbiamo bisogno dell'istruzione, ossia di acquisire gli strumenti concettuali forniti dalla cultura in cui viviamo».

L'intelligenza numerica è innata

✓non solo nella nostra specie

✓ sta alla base di molteplici fenomeni di diversa complessità (es: plurale, singolare)

✓ neonati e bambini di pochi mesi risultano già in grado di percepire la numerosità di un insieme visivo di oggetti senza saper contare (distinzione di quantità: 1 diverso tanti)

✓ sulla base di questa capacità innata pare che i bambini si costruiscano delle aspettative aritmetiche basate sul concetto di numerosità

Principali meccanismi innati:

- ✓ n + 1 a partire da 1
- ✓ n – 1
- ✓ Corrispondenza biunivoca
- ✓ Ordine stabile
- ✓ Meccanismi specifici di lettura e scrittura?
- ✓ Accesso semantico preverbale precede accesso verbale

Età critica: 4.5 – 5.5

Errori in algebra:

- ✓Errori di recupero di fatti algebrici

  Ricordare errori nei prodotti notevoli, potenze, formule delle equazioni

  $(a+b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$

  $a^{-n} = -\frac{1}{a^n}$

  $x_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{-b^2 - 4ac}}{2a}$

- ✓Errori di applicazione di formule

$(3a + 2b)^2 = 3a^2 + 12\,ab + 2b^2$

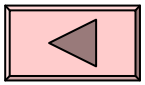
Errori in algebra:

- ✓Errori di applicazione di procedure
- ✓Errori di scelta di strategie
- ✓Errori visuospaziali $a^2 = a2; \frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ a $a = \frac{c}{bd}$
- ✓Errori di updating $(3a+2b)^2 = (3a)^2 + 2(3a)(2b) + (2b)^2 = 3 \bullet 9a^2 + 2 \bullet 12ab + 2 \bullet 4b^2$
- ✓Errori di comprensione semantica formale
- ✓Errori di comprensione semantica applicata

Errori in algebra :

seguendo una classificazione più sintetica

- ✓Errori sintattici
- ✓Errori lessicali
- ✓Errori semantici



Soluzione dei problemi

COMPONENTI COGNITIVE
implicate nella soluzione dei problemi:

+

Importanza Memoria di Lavoro

Comprensione
(Riley, 1978; Greeno, 1983; Mayer, 1987; Gary, 1995; …);

Rappresentazione
(Chi et al., 1981; Silver, 1979; Glaser, 1981; …);

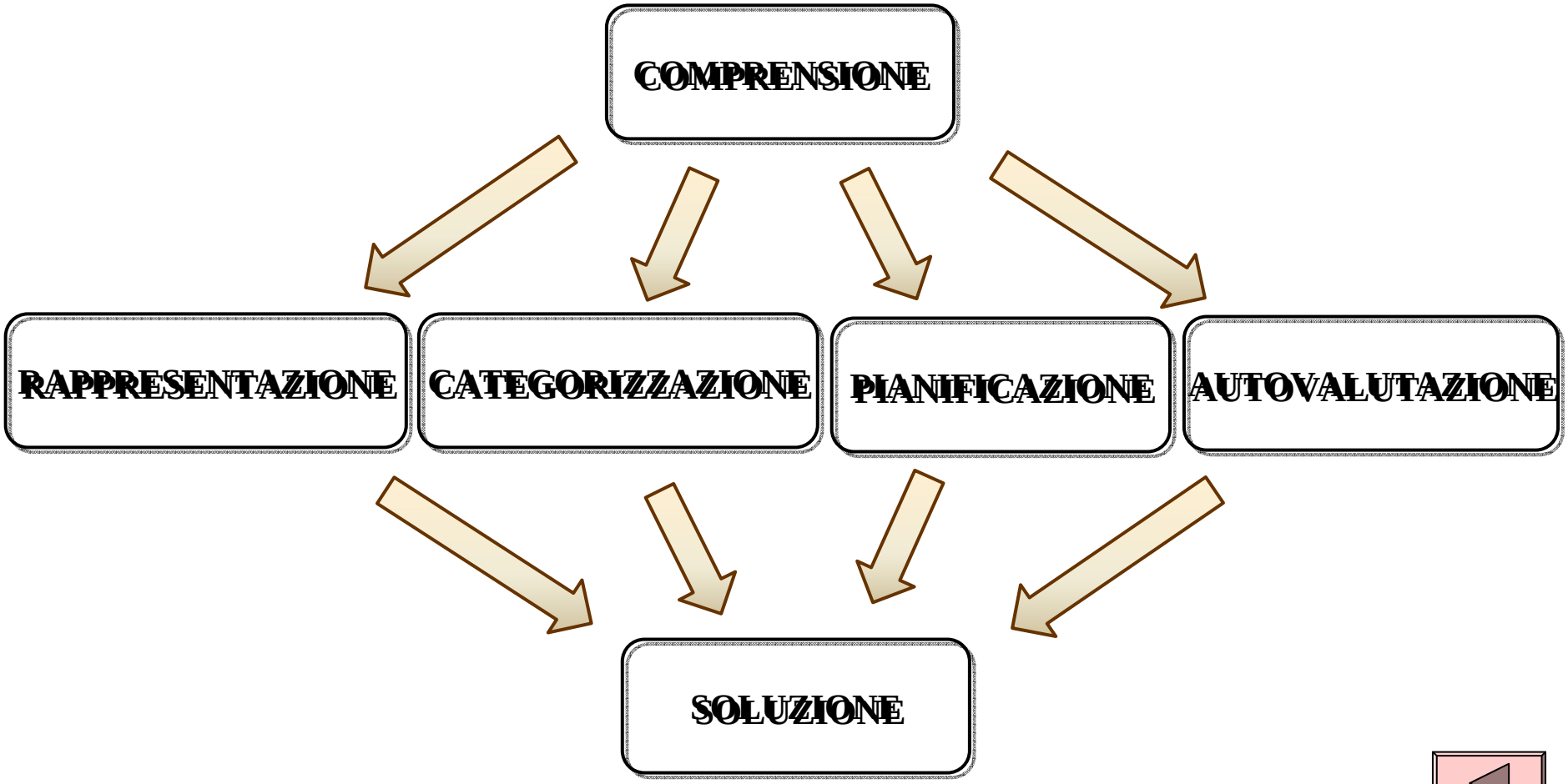
Classificazione
(Fasotti, 1990; Passolunghi, 1995; …);

Previsione
(Brown, 1978; …);

Pianificazione
(Brown, 1978; Van Lehn, 1982; Ohlsoon 1984; Mayer, 1987; Lucangeli et a., 1995; …);

Monitoraggio
(Brown, 1978; Schoenfel, 1981; Mayer, 1987; Lucangeli et al., 1995; Passolunghi, 1995; …);

Flusso dinamico tra processi cognitivi complessi:



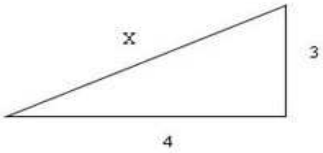
Soluzione dei problemi

ARMA DEI CARABINIERI

Concorso per l' ammissione a ruolo nel grado di Maresciallo.

Problema Nr. 1

In base ai dati riportati in figura, trovare X.

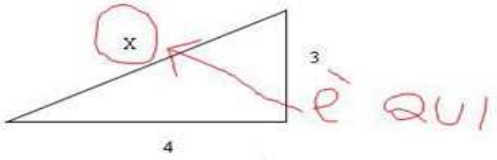


ARMA DEI CARABINIERI

Concorso per l' ammissione a ruolo nel grado di Maresciallo.

Problema Nr. 1

In base ai dati riportati in figura, trovare X.



Modelli cognitivi e neuropsicologici

Tre sono i modelli di tipo cognitivo:

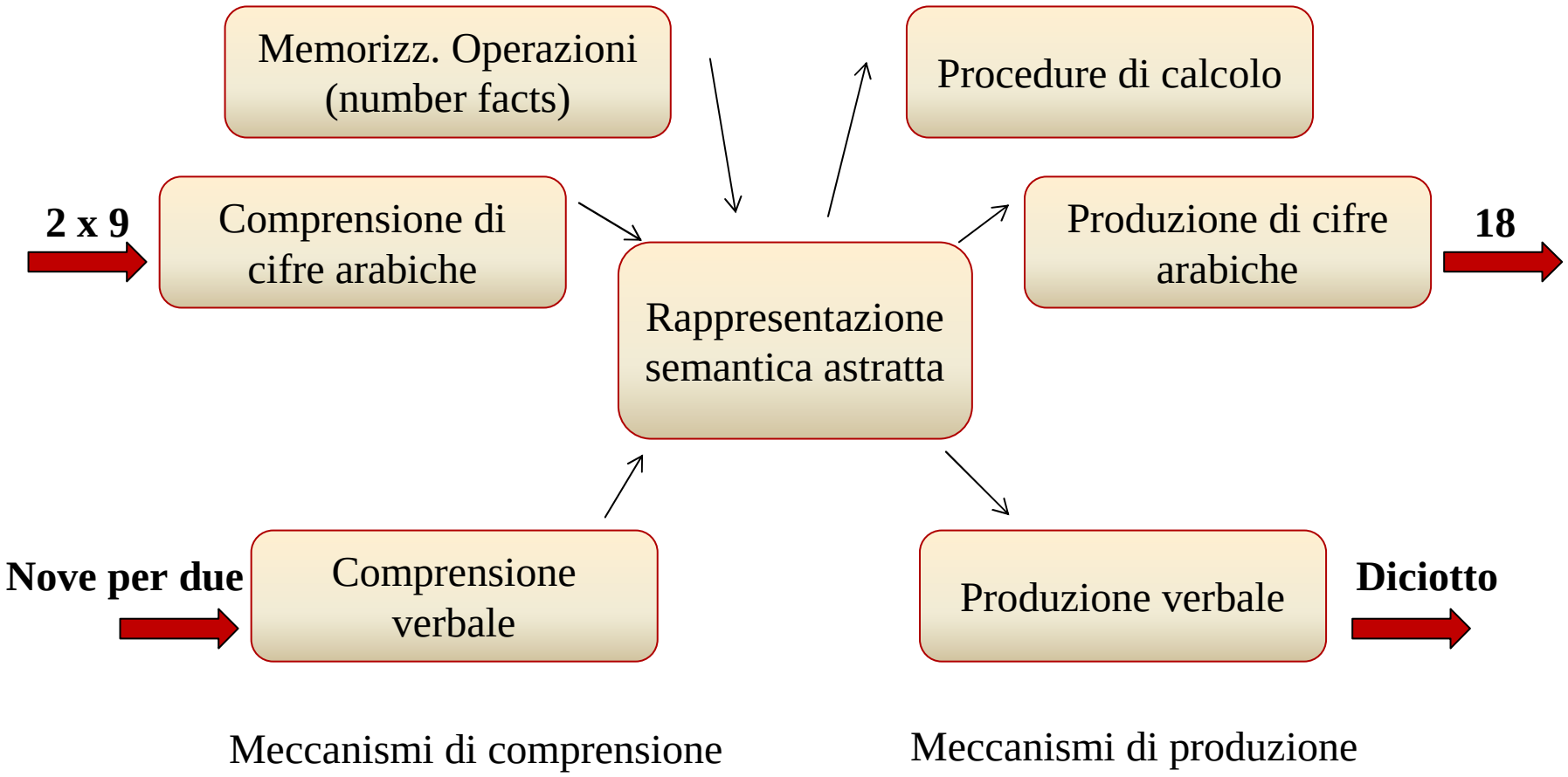
- ✓ Modello di recupero da una struttura a rete di Ashcraft
- ✓ Modello della distribuzione delle associazioni di Siegler
- ✓ Modello di interferenza nella rete di Campbell

Modello neuropsicologico:

- ✓ Modello modulare di McCloskey

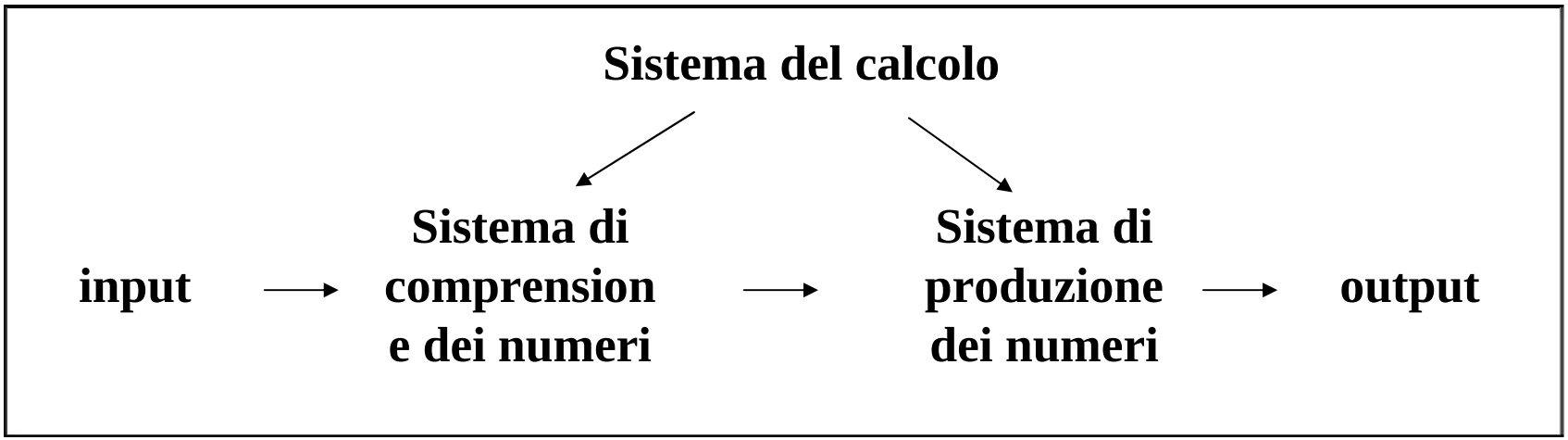
MODELLO MODULARE

Meccanismi di calcolo

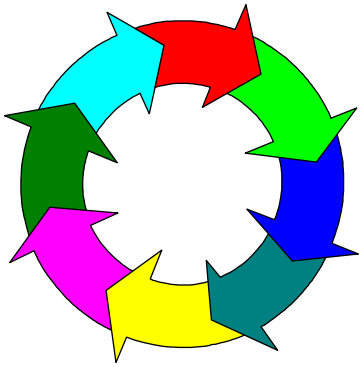


Mc Closkey et al. (1985; 1987):

Il sistema di elaborazione del numero ed il sistema del calcolo sono moduli indipendenti.



MOTIVAZIONE



MATEMATICA

La dinamica motivazionale dipende da

percezione di competenza

Vissuti emotivo-motivazionali con valenze più intense di altre discipline

STUDIO
MOTIVAZIONE/MATEMATICA

4 FILONI DI RICERCA:

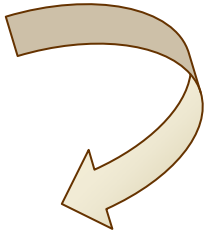
1. Percezione della propria competenza
2. Differenze nell'atteggiamento tra maschi e femmine
3. Formazione sociale e senso del sé
4. Circolarità Ansia / Autostima / Apprendimento

Motivazione

Prime rassegne sperimentali:

Feierband, 1960

Aiken, 1970



- L'atteggiamento verso la matematica negli adulti dipende da *esperienze scolastiche*;
- il rapporto tra *atteggiamento* e *prestazione* si sviluppa attraverso l'influenza reciproca (a buon risultato corrisponde miglior atteggiamento);
- tale influenza reciproca decresce con il *livello di scolarizzazione* mentre aumenta il livello di aspettativa;
- il *livello di aspettativa* è tanto maggiore quanto minore è il numero di insuccessi.

AUTOSTIMA E MATEMATICA

Bandura, 1991:

L'aspettativa sulla propria autoefficacia è un buon predittore del successo.

Infatti aiuta a capire se la persona:

- Tenterà il compito
- Si sforzerà per risolverlo
- Persevererà nonostante le difficoltà

→ Soprattutto <u>in matematica</u>

↓

a causa delle aspettative / funzioni sociali

Disturbo di Calcolo

basi neurologiche

comorbilità

- **dislessia**
- **difficoltà nella soluzione di problemi**

specificità

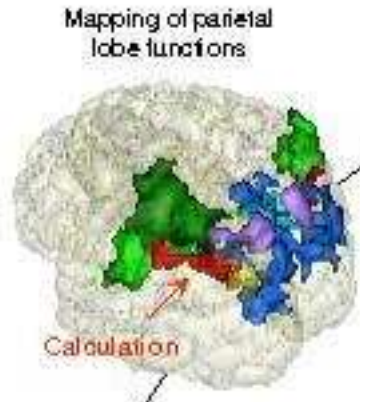
appare in condizioni di adeguate abilità generali e di adeguato apprendimento in altri ambiti

l'intervento riabilitativo normalizza (?)

Difficoltà di Calcolo

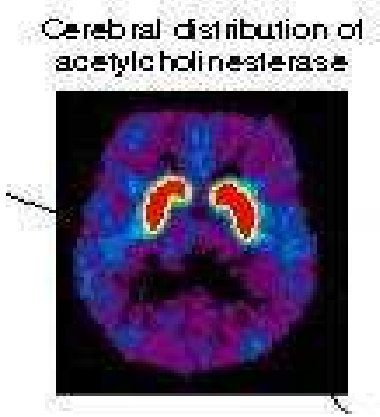
il profilo appare simile al disturbo

l'intervento riabilitativo ottiene buoni risultati in breve tempo



DE
(OMS)

disturbo a patogenesi organica, geneticamente determinato, espressione di disfunzione cerebrale



Consensus Conference (2007)

2 profili distinti di discalculia,

1) debolezza nella strutturazione cognitiva delle componenti di cognizione numerica :

“Cecità al numero”

2) compromissioni a livello procedurale e di calcolo :

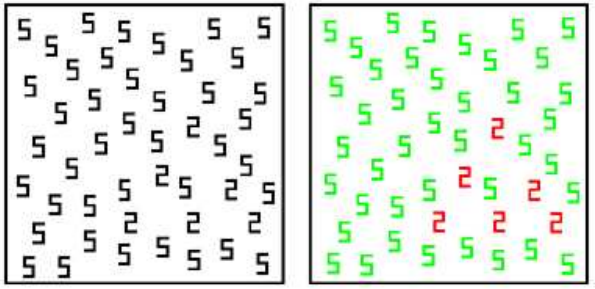
Difficoltà negli algoritmi

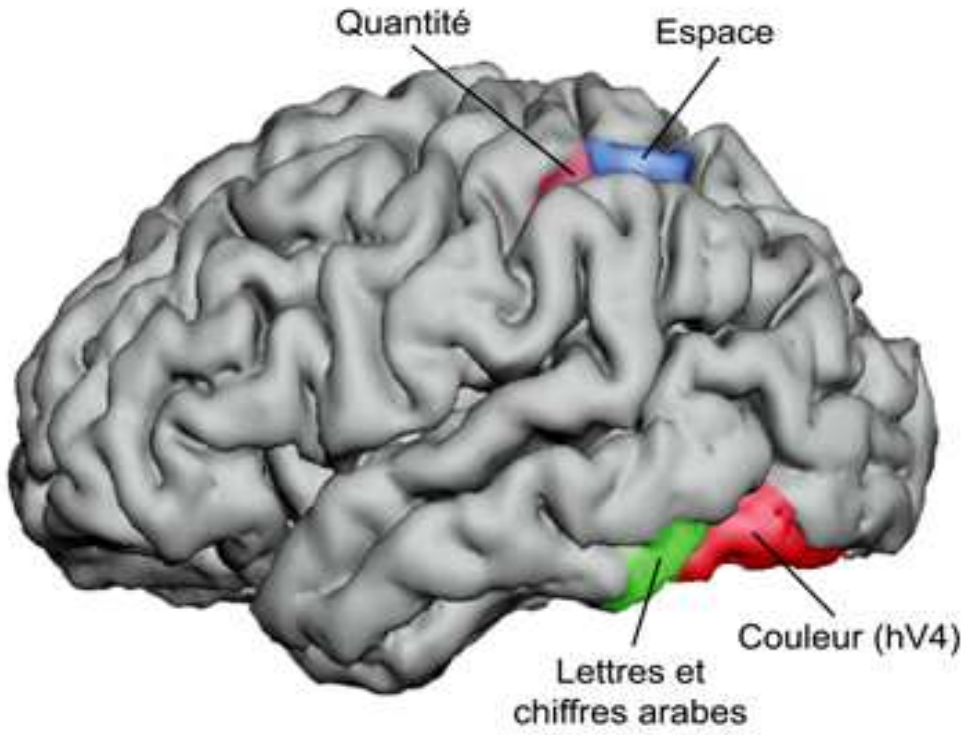
Correlati neurali

Piazza M., Pinel P., Dehaene S.
Objective correlates of an unusual subjective experience: A single-case study of number-form synaesthesia. *Cognitive Neuropsychology*, 23(8):1162--1173, 2006

Hubbard E.M., Arman A.C., Ramachandran V.S., Boynton G.M..
Individual differences among grapheme-color synesthetes: Brain-behaviour correlation, *Neuron*, 45(6), 975-85, 2005

Molko N., Wilson A.,Dehaene S.
La dyscalculie devellopementale, un trouble primaire de la perception des nombres, Medicine & Enfance, 25(3), 165-70, 2005





Modelli neuropsicologici:
Mancata integrità delle funzioni cerebrali, in particolare aree cerebrali danneggiate.

Modelli cognitivi:
Sottolineano l'importanza dei processi cognitivi, quali la memoria, fattori visuo-percettivi, psicomotori, attentivi, ecc.

Cause psicopedagogiche:
Componenti relative alle qualità dell'insegnamento. Hoy, 1988, individua

- ✓ tarare obiettivi e materiali d'istruzione ad un livello troppo basso o troppo alto
- ✓ uso esagerato di rinforzi estrinseci

Cause multidimensionali:
Enfatizzano l'interazione tra le variabili neurologiche, cognitive, maturazionali e ambientali.

Il Potenziamento dello Sviluppo Prossimale

COSA PUÒ FARE L'INTERVENTO EDUCATIVO?

POTENZIAMENTO SVILUPPO PROSSIMALE (Vygotsky)

NEUROSCIENZE

PLASTICITA' CEREBRALE

Scienze dello sviluppo

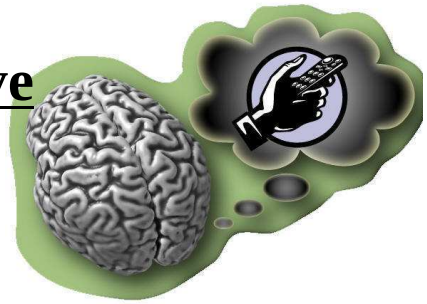
Meccanismi biologici di natura universale

Meccanismi psicologici di natura individuale

Spazio di intervento educativo

Il potenziamento dello sviluppo prossimale tramite istruzione dei processi dominio specifici:

- **conoscere lo sviluppo delle <u>capacità cognitive</u>**
- **conoscere i <u>tempi</u>**

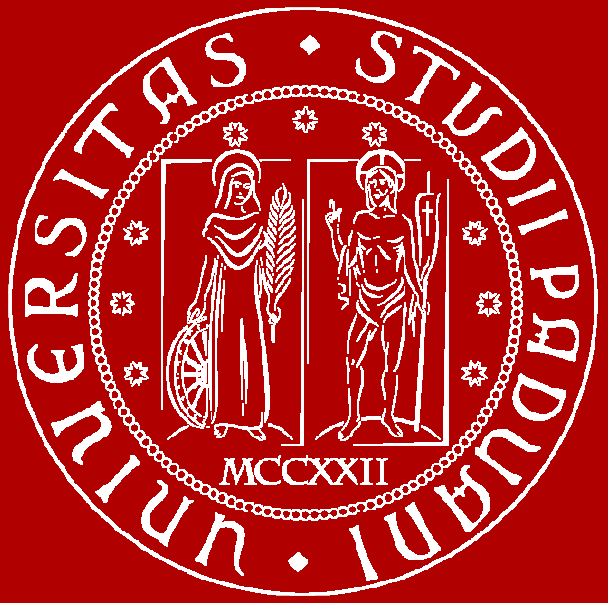


UNIVERSITÀ
DEGLI STUDI
DI PADOVA

Le difficoltà in matematica

Il mondo è stato creato con delle frasi,
composte da parole, formate da lettere.
Dietro queste ultime sono nascosti dei numeri,
rappresentazione di una struttura, di una costruzione
ove appaiono senza dubbio degli altri mondi ed io voglio analizzarli e capirli perché
l'importante non è questo o quel fenomeno, ma il nucleo, la vera essenza
dell'universo.

Albert Einstein



UNIVERSITÀ DEGLI STUDI DI PADOVA

perona.mario@gmail.com

Per approfondire: corsi di eccellenza estivi e invernali al Nevegal

Riferimenti

cnispadova@libero.it

Le difficoltà in matematica

Bibliografia:
Intelligenza numerica 1,2,3,4 (Lucangeli Poli Molin) Erikson
Memocalcolo
Discalculia test
Discalculia trainer
Psicologia della cognizione numerica (Lucangeli Mammarella) Franco Angeli
La motivazione,(Angelica Moè) Il Mulino
Psicologia cognitiva dell' apprendimento(De Beni) Erickson